

Watermelon Drop Experiment に于ける考察

20 JUL 2016

Watermelon の 半径  $R \sim 115 \text{ mm}$   
質量  $m \sim 6 \text{ kg}$ .

Bldg. 高さ  $H \sim 17 \text{ m}$ .

空気抵抗は  $D = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2$  とする.

↑  
速度の2乗に比例

$= m B v^2$  とおく.

質量

↑  
係数

↓  
代入する  $B = \frac{1}{2} \times 0.4 \times \frac{1.205 \times 0.0015}{m}$   
 $= 0.0017$

$C_D$ : 物体の抗力係数  
球の場合 0.40.  
 $\rho$ : 空気の密度  
20°C, 1013hPa で  $1.205 \text{ kg/m}^3$   
 $A$ : 断面積  
 $\pi R^2 = 0.0415 \text{ m}^2$

運動方程式は、鉛直下向きに  $x$  軸をとると、

$m \frac{d^2x}{dt^2} = mg - D$

両辺を  $m$  で割る

$\frac{d^2x}{dt^2} = g - \frac{D}{m}$

$\frac{dv}{dt} = g - Bv^2 = -B(v^2 - v_\infty^2)$

$\frac{1}{v^2 - v_\infty^2} dv = B dt$

終端速度  
①  $\frac{dv}{dt} = 0$  の時,  $v = v_\infty$   
 $v_\infty = \sqrt{\frac{g}{B}}$

積分する

$\frac{1}{2v_\infty} \int_0^v \left[ \frac{1}{v_\infty - v} + \frac{1}{v_\infty + v} \right] dv = \int_0^t B dt$

初期条件

①  $t=0$  の時  $v=0$   
 $x=0$

$\frac{1}{2v_\infty} \tanh^{-1} \left( \frac{v}{v_\infty} \right) = Bt + C$

$C$ : 積分定数  $\therefore C=0$

$\frac{v}{v_\infty} = \tanh(Bt v_\infty) = \frac{1 - e^{-2v_\infty Bt}}{1 + e^{-2v_\infty Bt}}$

↑  
117-9  
公式

$v_\infty = \sqrt{\frac{g}{B}}$  を代入する  $v = \sqrt{\frac{g}{B}} \tanh \sqrt{Bg} t$  ... ①

(Watermelon Drop 続々)

時刻  $t$  における落下距離

$$H = \int_0^t u dt = \sqrt{\frac{g}{B}} \int_0^t \tanh \sqrt{Bgt} de$$

$$= \left( \frac{g}{B} \right)^{1/2} \ln [\cosh \sqrt{Bgt}]$$

$$BH = \ln [\cosh \sqrt{Bgt}]$$

$$e^{BH} = \cosh \sqrt{Bgt}$$

$\cosh^{-1}(x) = \operatorname{arccosh}(x)$   
Excel で計算可能

$$\sqrt{Bgt} = \operatorname{arccosh} e^{BH}$$

落下時間  $t = \frac{1}{\sqrt{Bg}} \operatorname{arccosh} e^{BH}$  ... ②

② =  $\left. \begin{array}{l} B = 0.0017 \\ g = 9.8067 \\ H = 17.0 \end{array} \right\} \text{E入可也}$

$t = 1.871 \text{ [s]}$

① =  $t = 1.871 \text{ E入可也}$

$u = 17.999 \text{ [m/s]} \sim 18 \text{ [m/s]}$

(地上に衝突する直前の速さの速度)  
64.8 km/h

ちなみに... 空気抵抗無き場合と比較可也。

$$u' = \sqrt{2gH} = 18.24 \text{ [m/s]}$$

$$t' = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 1.862 \text{ [s]}$$

空気抵抗を  
98.7%  
減らす

→ 0.05 秒の差は人間の測定限界超える。

以上は 1 人の一例可也。次週、優秀なレポートがあら発表します。

本印決